



Kierunek studiów	Informatyka
Profil	Praktyczny
Stopień studiów	1-go stopnia
Forma studiów	niestacjonarne

Sylabus przedmiotu Matematyka dyskretna

1. Dane podstawowe

Status programowy przedmiotu	Blok A: Podstawy matematyczne
Rodzaj przedmiotu	Obligatoryjny
Kod przedmiotu	IZ-MDA-ZP
Rok studiów	2
Semestr	3
Osoba odpowiedzialna za przedmiot	dr inż. Jarosław Sikorski
Język wykładowy	polski

2. Wymiar godzin i forma zajęć

Rodzaj	Liczba godzin
Wykład	16
Ćwiczenia	16
Razem godzin	32

3. Cele przedmiotu

Kod	Cel
CP01	Utrwalenie pojęć podstawowych dla matematyki dyskretniej: relacji i funkcji, oraz ich klas i właściwości
CP02	Zapoznanie z wybranymi modelami zadań kombinatorycznych: zliczania funkcji, w tym iniekcji, suriekcji i permutacji, zliczania podzbiorów (zbiorów i zbiorów z powtórzeniami), podziałów na bloki i liczby na składniki
CP03	Nauczenie właściwego doboru modelu matematycznego na podstawie analizy cech zadania kombinatorycznego
CP04	Nauczenie posługiwania się zasadami kombinatorycznymi: włączania-wyłączania, równoliczności, mnożenia przy zliczaniu funkcji, szufladkową Dirichleta.
CP05	Przedstawienie metody funkcji tworzącej i nauczenie posługiwania się nią przy rozwiązywaniu wybranych zadań kombinatorycznych
CP06	Wykształcenie umiejętności rozwiązywania prostych zadań kombinatorycznych z użyciem modeli i zasad zliczania
CP07	Rozwinięcie umiejętności studiowania literatury i organizowania procesu samokształcenia

4. Wymagania wstępne w zakresie wiedzy, umiejętności i innych kompetencji

wiedza z zakresu podstaw matematyki w obszarze rachunku zdań logicznych, kwantyfikatorów i rachunku zbiorów, umiejętność posługiwania się podstawowymi schematami wnioskowania (tautologiami), umiejętność w zakresie działań na wielomianach jednej zmiennej

5. Efekty uczenia się

Wiedza

Kod	Student zna i rozumie:	Realizuje cel	Efekty kierunkowe
EU-W01	pojęcie relacji, relacji binarnej, funkcji, iniekcji, suriekcji, bijekcji i permutacji	CP01	IK6_W01
EU-W02	pojęcie grupy permutacji i podstawowe pojęcia związane ze składaniem permutacji, rozkładem na cykle, typem i znakiem	CP01	IK6_W01, IK6_W02

Kod	Student zna i rozumie:	Realizuje cel	Efekty kierunkowe
EU-W03	schematy zliczania funkcji, iniekcji, suriekcji, bijekcji i permutacji	CP02, CP03, CP06, CP07	IK6_W01, IK6_W02
EU-W04	schematy zliczania podzbiorów zbiorów i zbiorów z powtórzeniami, podziałów zbioru na bloki i liczby na składniki	CP02, CP03, CP06, CP07	IK6_W01, IK6_W02
EU-W05	podstawowe zasady kombinatoryczne: włączania-wyłączania, równoliczności, mnożenia przy zliczaniu funkcji i szufladkową Dirichleta	CP04, CP06, CP07	IK6_W01, IK6_W02
EU-W06	metodę funkcji tworzącej i możliwości jej zastosowania do rozwiązywania zagadnień kombinatorycznych	CP05, CP06, CP07	IK6_W01, IK6_W02

Umiejętności

Kod	Student potrafi:	Realizuje cel	Efekty kierunkowe
EU-U1	dobrać i zastosować schemat zliczania funkcji, iniekcji, suriekcji, bijekcji lub permutacji do rozwiązania zadania kombinatorycznego	CP02, CP03	IK6_U01, IK6_U03, IK6_U08
EU-U2	dobrać i zastosować schemat zliczania podzbiorów zbiorów i zbiorów z powtórzeniami, podziałów zbioru na bloki lub liczby na składniki do rozwiązania zadania kombinatorycznego	CP02, CP03	IK6_U01, IK6_U03, IK6_U08
EU-U3	stosować zasady kombinatoryczne: włączania-wyłączania, równoliczności, mnożenia przy zliczaniu funkcji i szufladkową Dirichleta do rozwiązywania zagadnień kombinatorycznych	CP04, CP06	IK6_U01
EU-U4	korzystać z metody funkcji tworzącej przy rozwiązywaniu wybranych zagadnień kombinatorycznych	CP05, CP06	IK6_U01

Kompetencje

Kod	Student jest gotów do:	Realizuje cel	Efekty kierunkowe
EU-K1	prawidłowego formułowania, analizowania i rozwiązywania problemów informatycznych w oparciu o modele matematyczne	CP03	IK6_K03
EU-K2	profesjonalnego działania w obszarze informatyki w oparciu o stałe poszerzanie wiedzy i umiejętności, także w zakresie podstaw matematycznych	CP06, CP07	IK6_K01, IK6_K03
EU-K3	korzystania ze źródeł literaturowych w procesie samokształcenia	CP07	IK6_K01

6. Treści programowe

Kod	Tematyka	wykład	ćwiczenia	Realizuje efekt
TP01	Notacja i pojęcia elementarne funkcje podłoga i sufit operacja modulo, relacja binarna: dziedzina i przeciwdziedzina relacji własności relacji, relacja równoważności i porządku, graf i tablica relacji.	2	0	EU-K1, EU-W01
TP02	Funkcja, iniekcja, bijekcja, surjekcja. Zasada równoliczności dziedziny i przeciwdziedziny bijekcji. Zasada włączania-wyłączania. Zasada szufladkowa (Dirichleta). Zliczanie funkcji, iniekcji i bijekcji. Zasada mnożenia przy zliczaniu ciągów. Zliczanie rozmieszczeń uporządkowanych.	2	0	EU-U3, EU-W05

Kod	Tematyka	wykład	ćwiczenia	Realizuje efekt
TP03	Zliczanie permutacji. Składanie permutacji, grupa permutacji (permutacja identycznościowa, odwrotna, łączność składania) graf permutacji rozkład permutacji na rozłączne cykle typ permutacji inwersja i znak permutacji transpozycja, znak cyklu, wyznaczanie znaku dla złożenia permutacji, wyznaczanie znaku na podstawie typu.	2	0	EU-W01, EU-W02
TP04	Zliczanie podzbiorów zbioru wektor charakterystyczny podzbioru, generowanie podzbiorów w kolejności naturalnej i wg kodu Graya. Zliczanie podzbiorów k-elementowych - wartość współczynnika dwumianowego, tożsamości dla współczynnika dwumianowego, w tym trójkąt Pascala, współczynnik dwumianowy - właściwości i interpretacja na kracie. Współczynnik wielomianowy. Zbiory z powtórzeniami, wyznaczanie liczby podzbiorów k-elementowych zbioru z powtórzeniami o wszystkich krotnościach nie mniejszych od k. Wyznaczanie liczby rozwiązań liniowego równania diofantycznego wraz z interpretacją problemu na kracie.	4	0	EU-U2, EU-W04
TP05	Pojęcie funkcji tworzącej dla ciągu liczbowego. Zastosowanie wielomianowej funkcji tworzącej do wyznaczenia liczb podzbiorów k-elementowych zbioru z powtórzeniami (z uwzględnieniem ograniczeń dla liczby powtórzeń). Zliczanie podziałów zbioru na bloki (liczby Stirlinga 2 rodzaju i liczby Bella), rekurencyjne wyznaczanie liczb Stirlinga 2 rodzaju i liczb Bella, rekurencyjne generowanie wszystkich podziałów na bloki zbioru n-elementowego, związek podziału zbioru na bloki z relacją równoważności (podział zbioru na klasy abstrakcji). Zliczanie surjekcji. Zliczanie podziałów liczby na składniki, podział sprzężony (diagram Ferrersa), zliczanie podziałów o największym składniku równym k, rekurencyjne wyznaczanie liczby podziałów na k składników (na dwa sposoby), zliczanie podziałów o składnikach nie większych od k.	4	0	EU-U2, EU-U4, EU-W04, EU-W06
TP06	Przykłady: zastosowanie zasady mnożenia przy zliczaniu ciągów o skończonej liczbie wyrazów pochodzących z różnych zbiorów), zastosowanie zasady równoliczności dziedziny i przeciwdziedziny bijekcji, zastosowanie zasady szufladkowej dla $r > 1$, zastosowanie zasady włączania-wyłączania do wyznaczenia liczby podzbiorów k-elementowych zbioru z powtórzeniami, zastosowanie zasady włączania-wyłączania do wyznaczenia liczby surjekcji z ominięciem liczb Stirlinga 2 rodzaju, zastosowanie zasady włączania-wyłączania do wyznaczenia liczby nieporządków n-elementowych. Funkcje tworzące przykładowych ciągów liczbowych, wyznaczanie ciągu na podstawie funkcji tworzącej - rozwinięcie w szereg McLaurina, operacje na funkcjach tworzących, które odpowiadają operacjom na ciągach: mnożenie przez liczbę, dodawanie, przesunięcie w prawo. Zastosowanie funkcji tworzącej do wyznaczenia wzoru nierekurencyjnego na i-ty wyraz ciągu Fibonacciego.	2	0	EU-K2, EU-K3, EU-U3, EU-U4, EU-W05, EU-W06

Kod	Tematyka	wykład	ćwiczenia	Realizuje efekt
TP07	Powtórzenie operacji na zbiorach: suma, iloczyn, różnica, różnica symetryczna, iloczyn kartezjański, zbiór wszystkich podzbiorów danego zbioru. Funkcje „sufit”, „podłoga”, $x \bmod a$, wartość binarna zdania logicznego – obliczanie złożonych wyrażeń. Definiowanie relacji w iloczynie kartezjańskim, badanie dziedziny i przeciwdziedziny relacji, reprezentowanie relacji za pomocą tablicy binarnej i grafu skierowanego, badanie własności wskazanych relacji: zwrotność, przechodniość, symetryczność, antysymetryczność, obserwacja i badanie cech relacji za pomocą tablicy i grafu, stwierdzanie czy relacja jest funkcją rodzaje funkcji: injekcja, surjekcja, bijekcja.	0	2	EU-W01
TP08	Wyznaczanie licznosci sumy zbiorow za pomoca zasady włączania-wyłaczania (2 i 3 zbiorow). Zasada równoliczności dziedziny i przeciwdziedziny bijekcji (binarne kodowanie elementów zbioru). Zasada szufladkowa Dirichleta – proste zastosowania. Zliczanie funkcji (rozmieszczeń bez dodatkowych warunków) – m^n zliczanie injekcji (rozmieszczeń różnowartościowych) m^n zliczanie rozmieszczeń uporządkowanych m^n zastosowanie zasady mnożenia przy wyznaczaniu liczby ciągów skończonych o wyrazach z różnych zbiorów zadania tekstowe na zliczanie funkcji i rozmieszczeń.	0	4	EU-K1, EU-U1, EU-U3, EU-W03, EU-W05
TP09	Grupa permutacji. Składanie permutacji i wyznaczanie permutacji odwrotnej, rozkładanie permutacji na rozłączne cykle i określanie jej typu, wyznaczanie liczby inwersji i znaku permutacji, wykorzystywanie liczby cykli o parzystej długości do wyznaczania znaku permutacji zastosowanie wzoru $\text{sgn}(fg) = \text{sgn}(f) \cdot \text{sgn}(g)$. Zliczanie permutacji (z dodatkowymi warunkami).	0	2	EU-U1, EU-W02, EU-W03
TP10	Wyznaczanie wektorów charakterystycznych dla podzbiorów danego zbioru (interpretacja wektorów charakterystycznych, jako liczb binarnych) – liczba wszystkich podzbiorów, generowanie podzbiorów danego zbioru według kodu Graya. Wyznaczanie liczby podzbiorów k-elementowych zbioru n elementowego - współczynnik dwumianowy, interpretacja współczynnika dwumianowego i tożsamości Pascala na kracie, zadanie o liczbie najkrótszych dróg w mieście i jego modyfikacje, zadania tekstowe na zastosowanie współczynnika dwumianowego. Związek współczynnika wielomianowego ze współczynnikiem dwumianowym, zadania tekstowe na zastosowanie współczynnika wielomianowego. Zbiory z powtórzeniami: liczba elementów, liczba wszystkich podzbiorów, liczba podzbiorów k-elementowych zbioru z powtórzeniami $\langle k \cdot x_1, \dots, k \cdot x_n \rangle$, wyznaczanie liczby rozwiązań liniowego równania diofantycznego $x_1 + \dots + x_n = k$ związek liczby rozwiązań z liczbą podzbiorów zbioru z powtórzeniami interpretacja na kracie.	0	4	EU-K1, EU-K3, EU-U2, EU-W04

Kod	Tematyka	wykład	ćwiczenia	Realizuje efekt
TP11	Wyznaczanie funkcji tworzącej dla ciągów liczb podzbiorów k-elementowych zbioru z powtórzeniami, zastosowanie funkcji tworzącej dla wyznaczenia liczby podzbiorów k-elementowych z dodatkowymi warunkami (nieparzysta liczba wystąpień, ograniczona liczba wystąpień itp.), zadania tekstowe na zastosowanie funkcji tworzącej dla podzbiorów zbioru z powtórzeniami. Zliczanie podziałów zbioru na bloki, wykorzystanie zależności rekurencyjnej dla liczb Stirlinga II rodzaju, budowanie drzewa podziałów zbioru na bloki - generowanie wszystkich podziałów związek podziału na bloki z relacją równoważności „w obie strony” – interpretacja na tablicy relacji zadania tekstowe na zastosowanie zliczania podziałów na bloki. Zliczanie suriekcji zliczanie podziałów liczby, przedstawianie podziałów liczby na diagramach Ferrera (podziały sprzężone), wykorzystanie równości $P(n, k) = P^k(n)$, zastosowanie wzoru rekurencyjnego $P(n, k) = P(n-1, k-1) + P(n-k, k)$ do zliczania podziałów liczby.	0	4	EU-K1, EU-K3, EU-U4, EU-W06

Razem godzin: 32

7. Metody kształcenia

Kod	Metoda
MK1	wykład wsparty prezentacją komputerową
MK2	samodzielnie rozwiązywanie zadań pod nadzorem
MK3	rozwiązywanie zadań domowych
MK4	rozwiązywanie zadań przed audytorium
MK5	praca z materiałami dydaktycznymi pobranymi z UBI
MK6	praca ze źródłami literaturowymi

8. Nakład pracy studenta

Aktywność studenta	Obciążenie
przygotowanie do egzaminu	20
przygotowanie do kolokwium	12
przygotowanie do wykładów	14
rozwiązywanie zadań domowych	10
studiowanie literatury	20
studiowanie materiałów dydaktycznych	9
uczestniczenie w egzaminach	3
uczestniczenie w kolokwium	6
uczestniczenie w konsultacjach przed kolokwiami i egzaminem	4
Praca z nauczycielem związana z: ćwiczenia	16
Praca z nauczycielem związana z: wykład	16
Liczba punktów ECTS (1 punkt=25h)	5
Procentowy udział pracy własnej studenta w sumarycznym obciążeniu studenta	72,31%
Sumaryczne obciążenie pracą studenta	130

9. Status zaliczenia przedmiotu

do egzaminu dopuszcza zaliczenie ćwiczeń poprzez uzyskanie ponad 50% punktów przyznawanych za kolokwia; egzamin pisemny polega na rozwiązywaniu zadań tekstowych i prowadzony jest na miejscu lub zdalnie na platformie Inspera

Forma studiów	Egzamin	Praca egzaminacyjna	Zaliczenie	Praca zaliczeniowa
niestacjonarne	×			

10. Metody weryfikacji efektów uczenia się

Składowe oceny końcowej

Forma sprawdzenia	Wybrana forma	Punktacja	Realizuje efekt
Egzamin pisemny	×	50	EU-U1, EU-U2, EU-U3, EU-U4, EU-K1, EU-K2, EU-K3, EU-W03, EU-W04, EU-W05, EU-W06
Egzamin ustny			
Sprawdzian pisemny			
Zaliczeniowy przegląd prac			
Referat pisemny			
Referat ustny			
Kolokwium	×	50	EU-W01, EU-U1, EU-U2, EU-U3, EU-U4, EU-W02, EU-W03, EU-W04, EU-W05, EU-W06
Praca domowa			
Miniprojekt			
Praca na zajęciach			
Projekt z dokumentacją			
Ustna prezentacja projektu			
Obecność na zajęciach			
Sprawdzian ustny			
Kartkówka			
Aktywność na zajęciach			
Egzaminacyjny przegląd prac			
Sprawozdanie z praktyki zawodowej			
Prezentacja indywidualna			
Prezentacja zespołowa			

Zasady wyliczania oceny z przedmiotu

Zakres punktów	Ocena
0 – 40	2,0
41 – 50	3,0
51 – 60	3,5
61 – 70	4,0
71 – 80	4,5
81 – 100	5,0

11. Macierz realizacji przedmiotu

Efekt uczenia się	Cel przedmiotu	Treści programowe	Metody kształcenia
EU-W01	CP01	TP01, TP03, TP07	MK1, MK2, MK3, MK4, MK5, MK6
EU-W02	CP01	TP03, TP09	MK1, MK2, MK3, MK4, MK5, MK6
EU-W03	CP02, CP03, CP06, CP07	TP08, TP09	MK1, MK2, MK3, MK4, MK5, MK6
EU-W04	CP02, CP03, CP06, CP07	TP04, TP05, TP10	MK1, MK2, MK3, MK4, MK5, MK6
EU-W05	CP04, CP06, CP07	TP02, TP06, TP08	MK1, MK2, MK3, MK4, MK5, MK6
EU-W06	CP05, CP06, CP07	TP05, TP06, TP11	MK1, MK2, MK3, MK4, MK5, MK6
EU-U1	CP02, CP03	TP08, TP09	MK1, MK2, MK3, MK4, MK5, MK6
EU-U2	CP02, CP03	TP04, TP05, TP10	MK1, MK2, MK3, MK4, MK5, MK6

Efekt uczenia się	Cel przedmiotu	Treści programowe	Metody kształcenia
EU-U3	CP04, CP06	TP02, TP06, TP08	MK1, MK2, MK3, MK4, MK5, MK6
EU-U4	CP05, CP06	TP05, TP06, TP11	MK1, MK2, MK3, MK4, MK5, MK6
EU-K1	CP03	TP01, TP08, TP10, TP11	MK1, MK2, MK3, MK4, MK5, MK6
EU-K2	CP06, CP07	TP06	MK1, MK2, MK3, MK4, MK5, MK6
EU-K3	CP07	TP06, TP10, TP11	MK1, MK2, MK3, MK4, MK5, MK6

12. Odniesienie efektów uczenia się

Efekt uczenia się	Efekty kształcenia dla kierunku studiów	Charakterystyki drugiego stopnia w obszarze kształcenia
EU-W01	IK6_W01	P6S_WG
EU-W02	IK6_W02, IK6_W01	P6S_WG
EU-W03	IK6_W02, IK6_W01	P6S_WG
EU-W04	IK6_W02, IK6_W01	P6S_WG
EU-W05	IK6_W02, IK6_W01	P6S_WG
EU-W06	IK6_W02, IK6_W01	P6S_WG
EU-U1	IK6_U08, IK6_U03, IK6_U01	P6S_UU, P6S_UW
EU-U2	IK6_U08, IK6_U03, IK6_U01	P6S_UU, P6S_UW
EU-U3	IK6_U01	P6S_UW
EU-U4	IK6_U01	P6S_UW
EU-K1	IK6_K03	P6S_KK
EU-K2	IK6_K03, IK6_K01	P6S_KK
EU-K3	IK6_K01	P6S_KK

13. Literatura

Literatura podstawowa

1. Libura M., Sikorski J., Wykłady z matematyki dyskretnej. Cz.I: Kombinatoryka, Wydawnictwo WSISiZ, Warszawa, 2005
2. Palka Z., Ruciński A., Wykłady z kombinatoryki, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2004

Literatura uzupełniająca

1. Lipski W., Kombinatoryka dla programistów, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2004
2. Ross K., Wright C., Matematyka dyskretna, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1996

Pozostałe

1. Grygiel G., Materiały dydaktyczne pobierane z serwisu UBI
2. Małż B., Materiały dydaktyczne pobierane z serwisu UBI
3. Sikorski J., Materiały dydaktyczne pobierane z serwisu UBI

14. Informacje o nauczycielach akademickich

Osoby odpowiedzialne za przedmiot

1. dr inż. Jarosław Sikorski

Osoby prowadzące przedmiot

1. dr Grażyna Grygiel
2. dr inż. Jarosław Sikorski
3. mgr inż. Barbara Małż